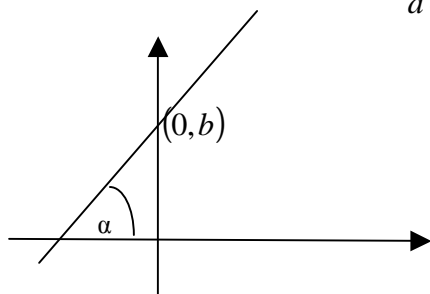


10. GEOMETRIA ANALITYCZNA

10.1. Prosta

a) **Równanie kierunkowe prostej:** $y = ax + b$, gdzie $a, b \in R$

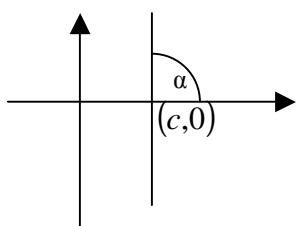
a – współczynnik kierunkowy, b - współczynnik stały



Prosta $y = ax + b$ przecina oś OY w punkcie $(0, b)$
i jest nachylona do osi OX pod kątem α

Prosta $y = ax + b$ w zależności od znaku współczynnika a

$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
 $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ $a = \operatorname{tg} \alpha$	 $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$ $a = -\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$	 $\alpha = 0^\circ$

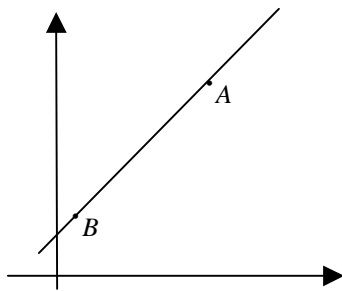


Prosta nachylona do osi OX pod kątem $\alpha = 90^\circ$ nie ma równania kierunkowego.
Można ją zapisać za pomocą równania $x = c$.
Prosta ta przecina oś OX w punkcie $(c, 0)$

b) **Równanie ogólne prostej**

$Ax + By + C = 0$, gdzie $A, B, C \in R$ i $A \neq 0 \vee B \neq 0$

c) **Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty**



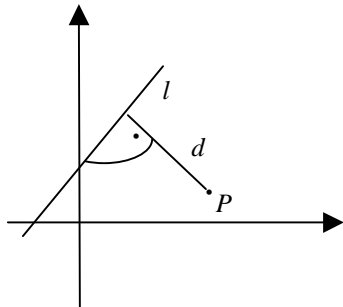
$$(y - y_A)(x_B - x_A) = (x - x_A)(y_B - y_A)$$

gdzie $A = (x_A, y_A); B = (x_B, y_B)$

Jeśli $x_A = x_B$, to otrzymamy prostą o równaniu $x = c$ (prosta pionowa).

Jeśli $y_A = y_B$, to otrzymamy prostą o równaniu $y = b$ (prosta pozioma).

d) **Odległość punktu od prostej**



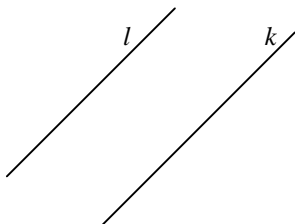
Wzór na odległość punktu od prostej $d(P, l) = \frac{|Ax_P + By_P + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

gdzie $P = (x_P, y_P)$ i $l: Ax + By + C = 0$

e) **Równoległość i prostopadłość prostych**

$$k: y = a_k x + b_k \quad l: y = a_l x + b_l$$

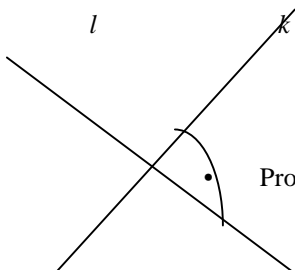
Warunek równoległości prostych



$$l \parallel k \Leftrightarrow a_k = a_l$$

Proste są równoległe, gdy ich współczynniki kierunkowe są równe

Warunek prostopadłości prostych

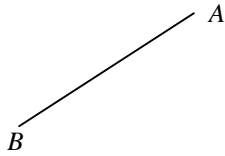


$$l \perp k \Leftrightarrow a_k = -\frac{1}{a_l}$$

Proste są prostopadłe, gdy ich współczynniki kierunkowe są przeciwne i odwrotne

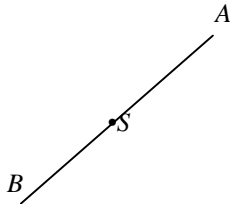
10.2. Odcinek

a) Wzór na długość odcinka



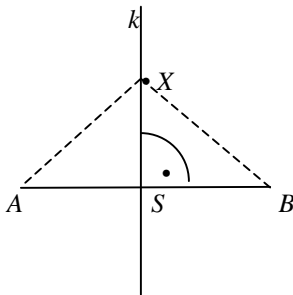
$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}, \text{ gdzie } A = (x_A, y_A); B = (x_B, y_B)$$

b) Środek odcinka



Współrzędne środka odcinka $S = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$
gdzie $A = (x_A, y_A); B = (x_B, y_B)$

c) Symetralna odcinka



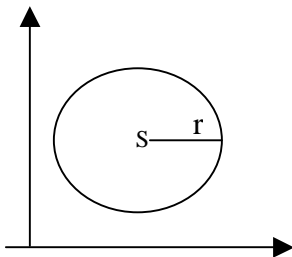
k – symetralna odcinka AB

Symetralna odcinka – prosta prostopadła do odcinka i przechodząca przez jego środek S

Symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny, których odległości od końców tego odcinka są równe.

$$|AX| = |BX|$$

10.3. Okrąg



Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu r

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$